ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG SỐ 01
LỚP TOÁN 12A0 – ĐẠI HỌC Y HÀ NỘI K99
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

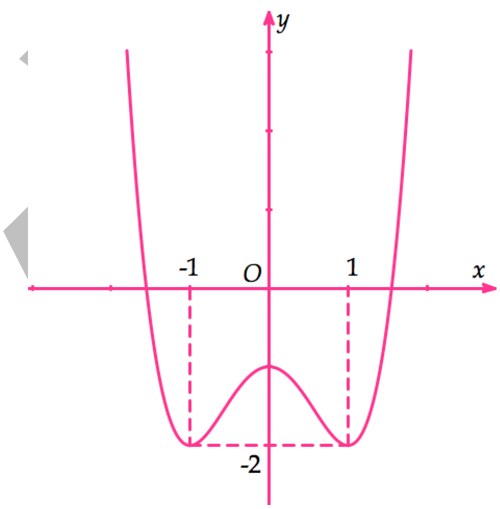
Câu 1. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^4+2x^2-1$.

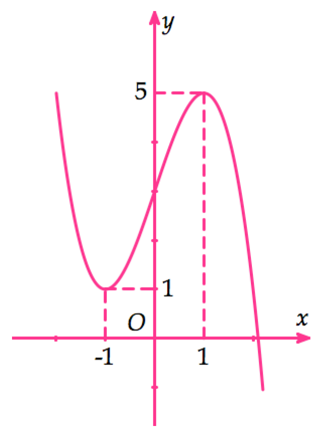
B. $y=x^4+2x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2+1$.

D. $y=x^4-2x^2-1$.



Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng?
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 và giá trị lớn nhất bằng 5.
B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $(-1;1)$ và điểm cực đại $(1;5)$.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $(-1;1)$ và đạt cực đại tại $(1;5)$.



Câu 3. Số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{1-3^x}$ là ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4. Giá trị cực đại của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-4x+\dfrac{11}{3}$ là ?

A. $-\dfrac{5}{3}$. B. 9. C. $\dfrac{5}{3}$. D. -9.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+1}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	1	$\nearrow$	3 ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định ***sai***?
A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.
C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
D. Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

Câu 7. Thể tích V của 1 kg nước ở nhiệt độ t được xác định theo công thức sau đây:

$$V=999,87-0,06426t+0,0085043t^2-0,0000679t^3$$

trong đó V được tính theo cm^3 và $0\le t\le 80$ được tính theo ${}^0\text{C}$.
Tìm nhiệt độ mà tại đó thể tích nước có giá trị nhỏ nhất.

A. $41,749^0\text{C}$. B. $3,9665\ {}^0\text{C}$. C. $79,532^0\text{C}$. D. 0^0C.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt B,C sao cho tứ giác $OABC$ là hình bình hành (trong đó $A(-5;5)$ và O là gốc tọa độ).

A. $m\in\{0;2\}$. B. $m\in\{-2;0\}$. C. $m=\pm1$. D. $m=\pm2$.

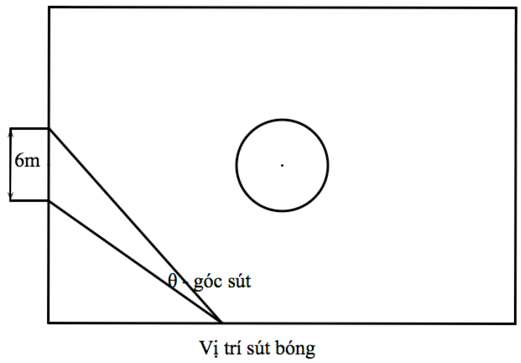
Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{(x-2)e^x}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -2 \end{array}\right.$. B. $-1\le m\le 1$. C. $-2\le m\le 2$. D. $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=m\sqrt{x^2+x+1}+x$ có tiệm cận ngang.

A. $m\ne\pm1$. B. $m=\pm1$. C. $0<m\ne1$. D. $-1\ne m<0$.

Câu 11. Một sân bóng đá có biên ngang dài 56m , cầu môn rộng 6m. Bóng nằm trên biên dọc, cách biên ngang x (m). Tìm x để góc sút lớn nhất.



A. $x = 5\sqrt{31}$ m. B. $x = \sqrt{186}$ m. C. $x = 5\sqrt{6}$ m. D. $x = 6\sqrt{5}$ m.

Câu 12. Giải phương trình $\log_2(5x+4) = 3$.

A. $x = 1$. B. $x = \dfrac{9}{5}$. C. $x = \dfrac{4}{5}$. D. $x = \dfrac{8}{5}$.

Câu 13. Tìm tập xác định $\mathfrak{D}$ của hàm số $y = \sqrt{3^x - 2}$.

A. $\mathfrak{D} = [\log_2 3; +\infty)$. B. $\mathfrak{D} = [\log_3 2; +\infty)$. C. $\mathfrak{D} = (-\infty; \log_2 3]$. D. $\mathfrak{D} = (-\infty; \log_3 2]$.

Câu 14. Cho a, b là hai số thực dương với $a \neq 1$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^3}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{1}{3}\left(1 + \dfrac{1}{2}\log_a b\right)$. B. $\log_{a^3}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{1}{3}\left(1 - 2\log_a b\right)$.

C. $\log_{a^3}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{1}{3}\left(1 - \dfrac{1}{2}\log_a b\right)$. D. $\log_{a^3}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = 3\left(1 - \dfrac{1}{2}\log_a b\right)$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 2x - 1)$.

A. $y' = \dfrac{2(1+x)\ln 3}{(x^2 + 2x - 1)}$. B. $y' = \dfrac{1}{(x^2 + 2x - 1)\ln 3}$.

C. $y' = \dfrac{2(1+x)}{(x^2 + 2x - 1)\ln 3}$. D. $y' = \dfrac{1+x}{(x^2 + 2x - 1)\ln 3}$.

Câu 16. Hỏi hàm số nào dưới đây là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{\ln 10}{2}\right)^x$. B. $y = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\dfrac{1}{\ln 3}\right)^x$. D. $y = \left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^x$.

Câu 17. Đặt $a = \ln 3, b = \ln 5$. Tính $I = \ln\dfrac{3}{4} + \ln\dfrac{4}{5} + \ln\dfrac{5}{6} + ... + \ln\dfrac{124}{125}$ theo a và b.

A. $I = a - 2b$. B. $I = a + 3b$. C. $I = a + 2b$. D. $I = a - 3b$.

Câu 18. Ban đầu có bốn triệu vi khuẩn *Escherichia coli (E.Coli)* trong phòng thí nghiệm, người ta cho vào đám vi khuẩn đó một chất kháng khuẩn thì số lượng vi khuẩn giảm đi một nửa sau 6 giờ. Vậy sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn còn lại là 300.000 con?

A. 22,4 giờ. B. 21, 4 giờ. C. 20,4 giờ. D. 23,4 giờ.

Câu 19. Trong giai đoạn từ năm 1980 đến năm 1994, tỉ lệ phần trăm những hộ gia đình ở Mỹ (United States) sở hữu ít nhất một đầu máy video (VCR) đã được mô hình hóa bởi hàm số sau:

$$V(t)=\frac{75}{1+74e^{-0,6t}}(0\le t\le 14).$$

Với t là thời gian được tính bằng năm bắt đầu từ đầu năm 1980. Hỏi vào khoảng thời gian nào thì con số VCR tăng nhanh nhất.

A. Đầu năm 1987. B. Cuối năm 1988. C. Cuối năm 1987. D. Đầu năm 1986.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-6^x-9^x=m(3^x.2^{x+1}-9^x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thoả mãn $x_1+x_2>\dfrac{\log 5}{\log 2-\log 3}$.

A. $m>6$. B. $1<m<5$. C. $-\dfrac{1}{2}<m<6$. D. $1<m<6$.

Câu 21. Anh A gửi tiết kiệm m triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 1% một tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày gửi anh A rút ra 10 triệu đồng để chi tiêu; các tháng sau cũng vậy. Sau đúng 5 tháng kể từ ngày gửi tiết kiệm số tiền còn lại trong tài khoản của anh A là 100 triệu đồng. Tính m.

A. $m=\dfrac{100}{(1,01)^5}+\dfrac{1000[(1,01)^5-1]}{(1,01)^5}$ (triệu đồng).

B. $m=\dfrac{100}{(1,01)^5}+\dfrac{1000[(1,01)^4-1]}{(1,01)^4}$ (triệu đồng).

C. $m=\dfrac{100}{(1,01)^5}+\dfrac{1100[(1,01)^5-1]}{(1,01)^5}$ (triệu đồng).

D. $m=\dfrac{100}{(1,01)^5}+\dfrac{1100[(1,01)^4-1]}{(1,01)^4}$ (triệu đồng).

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1+\sin x}{\cos^2 x}$.

A. $\int f(x)dx=\tan x-\dfrac{1}{\cos x}+C$. B. $\int f(x)dx=\tan x+\dfrac{1}{\cos x}+C$.

C. $\int f(x)dx=\tan x+\ln|\cos x|+C$. D. $\int f(x)dx=\tan x-\ln|\cos x|+C$.

Câu 23. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=4+\sqrt{-x^2+6x-5}, y=4-\sqrt{-x^2+6x-5}$ quanh trục hoành.

A. $V = 32\pi$. B. $V = \dfrac{128\pi}{3}$. C. $V = \dfrac{128}{3}$. D. $V = 32\pi^2$.

Câu 24. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$ với $F(0) = 0$. Tính $F(8)$.

A. $F(8) = 6 - 4\ln 2$. B. $F(8) = 2\ln 2 - 2$. C. $F(8) = 4\ln 2 - 6$. D. $F(8) = 4 - 2\ln 2$.

Câu 25. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{1-x^2}$ và đường thẳng $y = x$.

A. $S = 1 + \ln 2$. B. $S = \dfrac{1}{2} - \ln\sqrt{2}$. C. $S = 1 - \ln 2$. D. $S = \dfrac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$.

Câu 26. Cho số thực $a \neq 0$, đặt $b = \displaystyle\int_{-a}^{a} \frac{1}{(2a+x)e^x}dx$. Tính $I = \displaystyle\int_{0}^{2a} \frac{e^x}{3a-x}dx$ theo a và b.

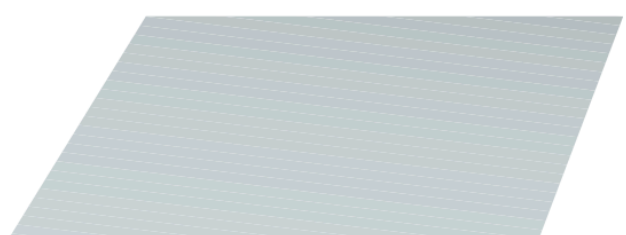
A. $I = \dfrac{b}{e^a}$. B. $I = \dfrac{b}{\sqrt{e^a}}$. C. $I = b.e^a$. D. $x = \dfrac{a}{\sqrt{e^b}}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có $1 \le f'(x) \le 4$ với mọi $x \in [2;5]$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

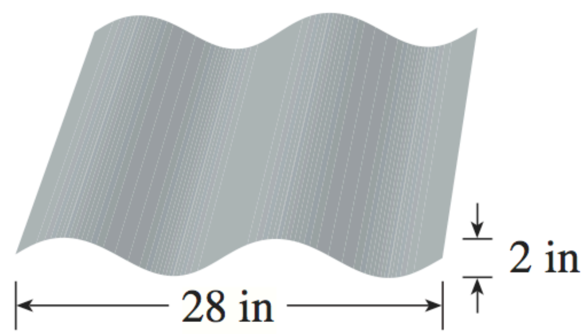
A. $3 \le f(5) - f(2) \le 12$. B. $-12 \le f(5) - f(2) \le 3$.

C. $1 \le f(5) - f(2) \le 4$. D. $-4 \le f(5) - f(2) \le -1$.

Câu 28. Một nhà sản xuất tấm lợp kim loại bằng tôn có chiều rộng 28 inch và cao 2 inch, bề mặt tấm lợp được dàn bằng máy theo chương trình máy tính lập trình trước mà tập hợp các điểm trên bề mặt tấm lợp đều thuộc đồ thị của hàm số $y = \sin\dfrac{\pi x}{7}$. từ một tấm phôi kim loại phẳng có chiều dài w. Tính chiều dài cần thiết của tấm phôi kim loại để chế tạo được tấm lợp theo yêu cầu trên, biết rằng độ dài của đường cong $y = f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ được xác định bởi công thức $L = \displaystyle\int_a^b \sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx$.



w



A. $w=\int\limits_0^{28}\sqrt{1+\sin^2\frac{\pi x}{7}}\,dx.$ B. $w=\int\limits_0^{28}\sqrt{1+\cos^2\frac{\pi x}{7}}\,dx.$

C. $w=\int\limits_0^{28}\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi x}{7}\right)^2}\,dx.$ D. $w=\int\limits_0^{28}\sqrt{1+\left(\frac{7}{\pi}\cos\frac{\pi x}{7}\right)^2}\,dx.$

Câu 29. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=3+2i.$
A. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i.$
B. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $-2.$
C. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $-2i.$
D. Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2.$

Câu 30. Gọi M,N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z và $\bar{z}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?
A. M,N đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x.$
B. M,N đối xứng nhau qua đường thẳng $y=-x.$
C. M,N đối xứng nhau qua trục hoành.
D. M,N đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1=1+7i, z_2=3-4i.$ Tính môđun của số phức $z_1+z_2.$

A. $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{5}.$ B. $\left|z_1+z_2\right|=5\sqrt{5}.$ C. $\left|z_1+z_2\right|=25\sqrt{2}.$ D. $\left|z_1+z_2\right|=5.$

Câu 32. Cho số phức z là một số phức thực sự (tức không là số thực) thoả mãn $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2}$ là một số thực. Tìm môđun của z.

A. $\left|z\right|=\sqrt{2}.$ B. $\left|z\right|=1.$ C. $\left|z\right|=\sqrt{3}.$ D. $\left|z\right|=\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Câu 33. Cho số phức z thoả mãn $\left|z\right|=1.$ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T=\left|1+z\right|+\left|1-z+z^2\right|.$$

A. $\max T=3\sqrt{\frac{7}{6}},\min T=\sqrt{\frac{7}{2}}.$ B. $\max T=\frac{13}{4},\min T=\sqrt{3}.$

C. $\max T=3,\min T=1+\sqrt{2}.$ D. $\max T=9,\min T=2.$

Câu 34. Gọi z là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $x^2+x+1=0.$
Tính $w=(1+z)(1+z^2)(1+z^3)...(1+z^{2017}).$

A. $w=-2^{670}\left(1+i\sqrt{3}\right).$ B. $w=-2^{671}\left(1+i\sqrt{3}\right).$

C. $w=2^{670}\left(1-i\sqrt{3}\right).$ D. $w=2^{671}\left(1-i\sqrt{3}\right).$

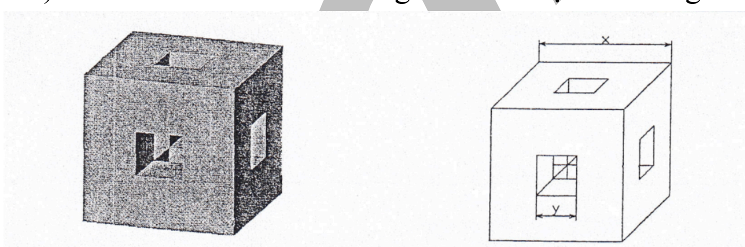
Câu 35. Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, chiều cao gấp đôi cạnh đáy và độ dài đường chéo bằng $2\sqrt{3}a$.

A. $V = 8a^3$. B. $V = 4a^3\sqrt{2}$. C. $V = 4a^3$. D. $V = 8a^3\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = 2a$ và cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng x (cm). Ở chính giữa mỗi mặt của hình lập phương, người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện, tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương, các cạnh lỗ hình vuông song song với cạnh của hình lập phương và có độ dài y (cm) (như hình vẽ bên). Tìm thể tích V của khối gỗ sau khi đục biết rằng $x = 80$ cm, $y = 20$ cm.



A. $V = 490000\ \text{cm}^3$. B. $V = 432000\ \text{cm}^3$. C. $V = 400000\ \text{cm}^3$. D. $V = 390000\ \text{cm}^3$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^0, AB = 8(cm), AC = 9(cm), AD = 10(cm)$. Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Tính thể tích V của khối tứ diện $A_1B_1C_1D_1$.

A. $V = 20\sqrt{2}\ \text{cm}^3$. B. $V = \dfrac{20\sqrt{2}}{3}\ \text{cm}^3$. C. $V = \dfrac{20\sqrt{2}}{9}\ \text{cm}^3$. D. $V = 60\sqrt{2}\ \text{cm}^3$.

Câu 39. Khi cắt một khối trụ $\mathcal{T}$ bởi mặt phẳng chứa trục của nó ta được một hình vuông có diện tích bằng $16\ (\text{cm}^2)$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định ***sai***?

A. Đường sinh của khối trụ $\mathcal{T}$ là $l = 4$ (cm).

B. Diện tích hai đáy của khối trụ $\mathcal{T}$ là $S = 32\pi\ (\text{cm}^2)$.

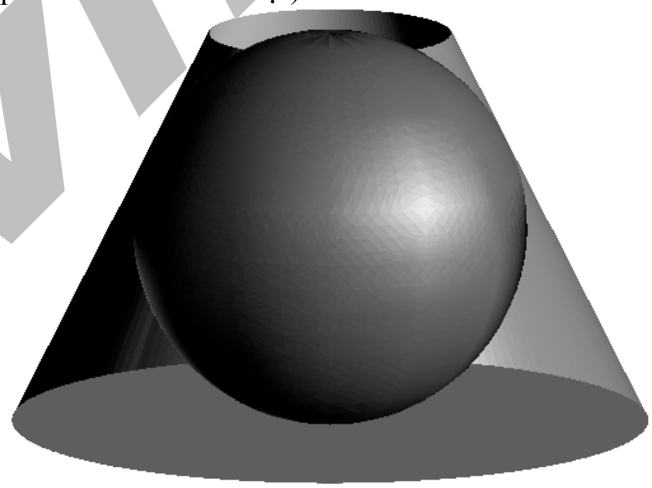
C. Diện tích toàn phần của khối trụ $\mathcal{T}$ là $S_{tp} = 24\pi\ (\text{cm}^2)$.

D. Thể tích của khối trụ $\mathcal{T}$ là $V = 16\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{ABC} = 60^0$, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 30^0. Gọi J là điểm thoả mãn $\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{CJ}$ và H là hình chiếu vuông góc của J trên mặt phẳng (SAB). Tính theo a khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (BHJ).

A. $h = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $h = \dfrac{3a}{\sqrt{277}}$. C. $h = \dfrac{3a\sqrt{21}}{7}$. D. $h = \dfrac{9a}{\sqrt{277}}$.

Câu 41. Một hình cầu nội tiếp trong một hình nón cụt như hình vẽ bên, biết rằng thể tích khối nón cụt gấp đôi thể tích của khối cầu. Hỏi tỉ lệ giữa bán kính đáy lớn và bán kính đáy nhỏ của hình nón cụt bằng bao nhiêu? (Hình cầu nội tiếp trong hình nón cụt là hình cầu tiếp xúc với hai đáy của hình nón cụt và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón cụt).



A. $\frac{3}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 42. Tứ diện $ABCD$ có $AB=2, CD=2\sqrt{2}$ và $\widehat{ABC}=\widehat{DAB}=90^0$, góc giữa AD và BC bằng 45^0. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $S=8\pi$. B. $S=48\pi$. C. $S=20\pi$. D. $S=12\pi$.

Câu 43. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): 2x+4y+6z-11=0$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P).

B. Đường thẳng d tạo với mặt phẳng (P) góc 45^0.

C. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

D. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

Câu 44. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=-1-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tìm toạ độ điểm A' là điểm đối xứng của điểm $A(0;2;4)$ qua đường thẳng d.

A. $A'(-4;0;2)$. B. $A'(-2;1;3)$. C. $A'(2;-1;-3)$. D. $A'(4;0;-2)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): z-1=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(S): (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=4$. B. $(S): (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=2$.

C. $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=4.$ D. $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=2.$

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(1;4;7), B(4;-3;2)$. Hỏi véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) chứa AB và vuông góc với (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-24;11;-1)$. B. $\overrightarrow{n_3}=(24;11;1)$. C. $\overrightarrow{n_3}=(-24;-11;1)$ D. $\overrightarrow{n_3}=(24;-11;-1)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-4=0$ và mặt phẳng (Q) song song với (P) cắt tia Ox tại điểm A thoả mãn $OA=1$. Viết phương trình mặt phẳng (Q).

A. $(Q): 2x-y+3z+2=0$. B. $(Q): 2x-y+3z-2=0$.
C. $(Q): x-2y+3z+1=0$. D. $(Q): x-2y+3z-1=0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, Gọi d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}; d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Hỏi véctơ nào sau đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;3;5)$. B. $\overrightarrow{u_2}=(-1;-3;5)$. C. $\overrightarrow{u_3}=(-1;-3;-5)$. D. $\overrightarrow{u_4}=(5;3;1)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, kí hiệu (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(20;17;2017)$ và cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B và C thoả mãn $OA=OB=OC>0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

A. 4 mặt phẳng. B. 6 mặt phẳng. C. 2 mặt phẳng. D. 8 mặt phẳng.

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\dfrac{2017}{3}$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn đó là ?

A. 2018π. B. 2016π. C. 2017π. D. 2008π.

-------------HẾT--------------

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT SỐ 01

1D	2B	3C	4B	5D	6C	7B	8A	9C	10B
11A	12C	13B	14C	15D	16C	17D	18A	19A	20D
21A	22B	23D	24D	25C	26C	27A	28C	29D	30C
31D	32B	33B	34C	35B	36C	37B	38C	39B	40A
41D	42D	43C	44A	45A	46C	47B	48C	49A	50B

Câu 3. Ta có $\lim\limits_{x\to 0} y = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{1-3^x} = \infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng;

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{1-3^x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \to +\infty$;

và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{1-3^x} = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi $x \to -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tổng 3 đường tiệm cận (ngang và đứng).

Chọn đáp án C.

Câu 4. Ta có $y' = x^2 - 4; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$, do đó $y_{CD} = y(-2) = \boxed{9\ (\mathrm{B})}$.

Câu 5. Ta có $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án D.

***Chú ý:** Chúng ta chỉ có định nghĩa hàm số đồng biến hay nghịch biến trên một khoảng hoặc nửa khoảng hoặc đoạn.

Câu 6. Chọn đáp án C vì $\lim\limits_{x\to -1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 7. Ta có $V'(t) = -0{,}06426 + 2\times 0{,}0085043t - 3\times 0{,}0000679t^2$.

$$V'(t)=0\Leftrightarrow t\approx 3,9665; t\approx 79,532.$$

Suy ra $\min\limits_{[0;80]} V=\min\left\{V(0),V(80),V(3,9665),V(79,532)\right\}=V(3,9665)\approx 999,745.$

Vậy tại nhiệt độ $3,9665\ ^0\text{C}.$ thì thể tích của 1 kg nước là nhỏ nhất.
Chọn đáp án B.

Câu 8. Phương trình hoành độ giao điểm: $-x+m=\dfrac{2x-4}{x+1}\Leftrightarrow x^2+(3-m)x-m-4=0.$

Điều kiện cắt tại hai điểm phân biệt $\Delta=(3-m)^2+4(m+4)>0\Leftrightarrow \forall m.$

Khi đó toạ độ hai giao điểm $B(x_1;-x_1+m),C(x_2;-x_2+m)$ và

$$\overrightarrow{CB}=(x_1-x_2;x_2-x_1)=\overrightarrow{OA}=(-5;5)\Leftrightarrow x_1-x_2=-5.$$

Vì vậy $\dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}=5\Leftrightarrow\sqrt{m^2-2m+25}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=2\end{array}\right..$

Chọn đáp án A.
Câu 9. Ta có yêu cầu bài toán tương đương với:

$$y'=\frac{e^x\left[x^2-2x+2+m(x-1)\right]}{(x+m)^2}\geq 0,\forall x\neq -m$$
$$\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+2-m\geq 0,\forall x$$
$$\Leftrightarrow \Delta=(m-2)^2-4(2-m)\leq 0\Leftrightarrow \boxed{-2\leq m\leq 2\ (\text{C})}.$$

Câu 10. Xét tiệm cận ngang khi $x\to+\infty,$ ta có

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\left(m\sqrt{x^2+x+1}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(m^2-1)x^2+m^2x+m^2}{m\sqrt{x^2+x+1}-x}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{(m^2-1)x+m^2+\dfrac{m^2}{x}}{m\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$$

Giới hạn này hữu hạn $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1=0\\m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$

Xét tiệm cận ngang khi $x\to-\infty,$ ta có

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(m\sqrt{x^2+x+1}+x\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{(m^2-1)x^2+m^2x+m^2}{m\sqrt{x^2+x+1}-x}$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{(m^2-1)x+m^2+\dfrac{m^2}{x}}{-m\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1}$$

Giới hạn này hữu hạn $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=0 \\ -m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Vậy để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $\Leftrightarrow m=\pm 1.$

Chọn đáp án B.

Câu 11. Ta có $\tan\theta = \dfrac{\dfrac{31}{x}-\dfrac{25}{x}}{1+\dfrac{31}{x}.\dfrac{25}{x}} = \dfrac{6x}{x^2+31.25} \le \dfrac{6x}{2\sqrt{x^2.31.25}} = \dfrac{3}{5\sqrt{31}}$ (AM-GM).

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = 25.31 \Leftrightarrow \boxed{x=5\sqrt{31}\text{ m (A)}}$.

Câu 13. Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3^x \ge 2 \Leftrightarrow x \ge \log_3 2 \Rightarrow \boxed{\mathfrak{D}=[\log_3 2;+\infty)\text{ (B)}}$.

Câu 14. Ta có $\log_{a^3}\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{1}{3}\log_a\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{1}{3}(\log_a a - \log_a\sqrt{b}) = \boxed{\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{2}\log_a b\right)\text{ (C)}}$.

Câu 15. Với $y=\log_9(x^2+2x-1),$ ta có

$$y' = \frac{(x^2+2x-1)'}{(x^2+2x-1)\ln 9} = \frac{2(1+x)}{(x^2+2x-1)\ln 9} = \boxed{\frac{1+x}{(x^2+2x-1)\ln 3}\text{ (D)}}.$$

Câu 17. Ta có $I=\ln\left(\dfrac{3}{4}.\dfrac{4}{5}.\dfrac{5}{6}....\dfrac{124}{125}\right) = \ln\left(\dfrac{3}{125}\right) = \ln 3 - 3\ln 5 = \boxed{a-3b\text{ (D)}}$.

Câu 18. Sau 6 giờ số lượng vi khuẩn còn lại $\dfrac{1}{2}$; sau t giờ số lượng vi khuẩn còn lại $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{t/6}$.

Do đó số lượng vi khuẩn còn lại sau t giờ là $P(t)=4000000\left(\dfrac{1}{2}\right)^{t/6}$.

Ta có $P(t)=4000000\left(\frac{1}{2}\right)^{t/6}=300000\Leftrightarrow 2^{t/6}=\frac{40}{3}\Leftrightarrow t=6\log_2\frac{40}{3}\approx\boxed{22,422\ (\text{A})}$.

Câu 19. Ta cần tìm t sao cho $V'(t)$ lớn nhất.

Ta có $V'(t)=\frac{3330e^{\frac{3t}{5}}}{\left(74+e^{\frac{3t}{5}}\right)^2},V''(t)=-\frac{1998e^{\frac{3t}{5}}\left(e^{\frac{3t}{5}}-74\right)}{\left(74+e^{\frac{3t}{5}}\right)^3}$.

Vì vậy $V''(t)=0\Leftrightarrow e^{\frac{3t}{5}}=74\Leftrightarrow t=\frac{5}{3}\ln 74\Rightarrow \max\limits_{[0;14]}V(t)=V\left(\frac{5\ln 74}{3}\right)=\frac{45}{4}$.

Dấu bằng đạt tại $t=\frac{5\ln 74}{3}\approx 7{,}173\Rightarrow$ đó là thời điểm đầu năm 1987.

Chọn đáp án A.

Câu 20. Phương trình tương đương với:

$$4^x-(2m+1).6^x+(m-1).9^x=0\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-(2m+1)\left(\frac{2}{3}\right)^x+m-1=0.$$

Theo giả thiết bài toán, ta có điều kiện:

$$\begin{cases} S=2m+1>0,P=m-1>0\\ \Delta_{(2/3)^x}=(2m+1)^2-4(m-1)>0\\ m-1=\left(\frac{2}{3}\right)^{x_1}.\left(\frac{2}{3}\right)^{x_2}=\left(\frac{2}{3}\right)^{x_1+x_2}<\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{\log 5}{\log 2-\log 3}}=5\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{1<m<6\ (\text{D})}.$$

Câu 21. Gọi a là số tiền rút chi tiêu hàng tháng;

Sau tháng thứ nhất số tiền còn lại trong tài khoản là $A_1=m(1+r)-a$.

Sau tháng thứ hai số tiền còn lại trong tài khoản là $A_2=A_1(1+r)-a=\left[m(1+r)-a\right](1+r)-a=m(1+r)^2-[a+a(1+r)]$

Số tiền còn lại sau tháng thứ n là

$$A_n=m(1+r)^n-[a+a(1+r)+...+a(1+r)^{n-1}]=m(1+r)^n-a.\frac{(1+r)^n-1}{r}.$$

Suy ra $m = \dfrac{A_n + a.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}}{(1+r)^n} = \dfrac{A_n}{(1+r)^n} + \dfrac{a[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n}$.

Với $a = 10, n = 5, A_5 = 100, r = 0,01$ ta có

$$m = \frac{100}{(1,01)^5} + \frac{1000[(1,01)^5 - 1]}{(1,01)^5} \text{(triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án A.

Câu 22. Ta có $\int f(x)dx = \int \dfrac{1+\sin x}{\cos^2 x}dx = \int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx - \int \dfrac{d(\cos x)}{\cos^2 x} = \tan x + \dfrac{1}{\cos x} + C$.

Chọn đáp án B.

Câu 23. Phương trình hoành độ giao điểm:

$$4 + \sqrt{-x^2 + 6x - 5} = 4 - \sqrt{-x^2 + 6x - 5} \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 5 \end{array}\right..$$

Vì vậy $V = \pi \int_1^5 \left| \left(4 + \sqrt{-x^2 + 6x - 5}\right)^2 - \left(4 - \sqrt{-x^2 + 6x - 5}\right)^2 \right| dx = \boxed{32\pi^2 \text{ (D)}}$.

Câu 24. Đặt $t = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow t - 1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow x + 1 = (t-1)^2 \Rightarrow dx = 2(t-1)dt$.

Khi đó

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{2(t-1)dt}{t} = 2\int \left(1 - \frac{1}{t}\right)dt = 2\left(t - \ln|t|\right) + C_1$$

$$= 2\sqrt{x+1} - 2\ln(1 + \sqrt{x+1}) + C.$$

Do $F(0) = 0 \Rightarrow 2 - 2\ln 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = 2\ln 2 - 2$.

Do đó $F(8) = 6 - 4\ln 2 + 2\ln 2 - 2 = \boxed{4 - 2\ln 2 \text{ (D)}}$.

***Chú ý:** Có thể tính nhanh $F(8) = \int_0^8 \dfrac{1}{1 + \sqrt{1+x}}dx + F(0) = 4 - 2\ln 2$.

Câu 25. Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^3}{1-x^2} = x \Leftrightarrow 2x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$.

Vì vậy $S = \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left| \dfrac{2x^3 - x}{1 - x^2} \right| dx = \boxed{1 - \ln 2 \text{ (C)}}$.

Câu 26. Đổi biến $3a - x = 2a + t \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = a; x = 2a \Rightarrow t = -a$, vì vậy

$I=\int_{a}^{-a}\frac{e^{a-t}}{2a+t}(-dt)=e^{a}\int_{-a}^{a}\frac{1}{e^{t}(2a+t)}dt=e^{a}\int_{-a}^{a}\frac{e^{x}}{2a+x}dx=\boxed{e^{a}b\ (\text{C})}.$

Câu 27. Ta có $f(5)-f(2)=\int_{2}^{5}f'(x)dx.$

Do $1\le f'(x)\le 4,\forall x\in[2;5]\Rightarrow \int_{2}^{5}1\,dx\le\int_{2}^{5}f'(x)dx\le\int_{2}^{5}4\,dx.$

Suy ra $3\le\int_{2}^{5}f'(x)dx\le 12\Rightarrow\boxed{3\le f(5)-f(2)\le 12\ (\text{A})}.$

Câu 28. Ta có $y'=\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi x}{7}$, do đó $\boxed{w=\int_{0}^{28}\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi x}{7}\right)^{2}}dx\ (\text{C})}.$

Câu 31. Ta có $z_1+z_2=4-3i\Rightarrow\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\boxed{5\ (\text{D})}.$

Câu 32. Ta có $w=\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2}=1+\frac{2z}{1-z+z^2}\in\mathbb{R}\Rightarrow\frac{z}{1-z+z^2}$ là số thực.

Ta có $\frac{1-z+z^2}{z}=-1+z+\frac{1}{z}$ là số thực và vì vậy $z+\frac{1}{z}$ là số thực, vì vậy

$$z+\frac{1}{z}=\bar{z}+\frac{1}{\bar{z}}\Leftrightarrow(z-\bar{z})(1-\left|z\right|^2)=0\Leftrightarrow\left|z\right|=1.$$

Bởi vì $z\ne\bar{z}$.
Chọn đáp án B.

Chú ý, ở đây ta dùng kiến thức: Số phức z là một số thực $\Leftrightarrow z=\bar{z}$. Khi đó $\frac{1}{\bar{z}},\frac{1}{z}$ cũng là số thực ($z\ne 0$).

Câu 33. Vì $\left|z\right|=1$ nên có dạng $z=\cos x+i\sin x$, do đó

$$1+z=(1+\cos x)+i\sin x,1-z+z^2=1-\cos x-i\sin x+\cos 2x+i\sin 2x.$$

Suy ra

$$\left|1+z\right|=\sqrt{(1+\cos x)^2+\sin^2 x}=\sqrt{2(1+\cos x)}=2\left|\cos\frac{x}{2}\right|,\text{ và}$$

$$\begin{aligned}\left|1-z+z^2\right|&=\sqrt{(1-\cos x+\cos 2x)^2+(\sin x-\sin 2x)^2}\\&=\sqrt{\cos^2 x(2\cos x-1)^2+\sin^2 x(2\cos x-1)^2}=\left|2\cos x-1\right|.\end{aligned}$$

Đặt $t=\left|\cos\frac{x}{2}\right|\in[0;1]$, ta có $T=f(t)=2t+\left|4t^2-3\right|$.

Xét hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0;1]$, ta có

$$f'(t)=2+\frac{8t(4t^2-3)}{\left|4t^2-3\right|},\left(t\neq\frac{\sqrt{3}}{2}\right);f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{4}\in[0;1].$$

Suy ra $\max\limits_{[0;1]}f(t)=f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{13}{4},\min\limits_{[0;1]}f(t)=f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\sqrt{3}.$

Vậy $\boxed{\max T=\frac{13}{4},\min T=\sqrt{3}\text{ (B)}}$.

Câu 34. Dễ có $z=-\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$. Ta có $2017=672.3+1$ và $z^3=1,z^2+z+1=0.$

Do đó

$$\begin{aligned}w&=(1+z^{2017})\prod_{k=0}^{671}(1+z^{3k+1})(1+z^{3k+2})(1+z^{3k+3})\\&=(1+z)\prod_{k=0}^{671}(1+z)(1+z^2)(1+1)\\&=(1+z)\prod_{k=0}^{671}\left[2(z^3+z^2+z+1)\right]\\&=(1+z)\prod_{k=0}^{671}\left[2\right]=2^{671}(1+z)=2^{671}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\sqrt{3}\right)\\&=2^{670}(1-i\sqrt{3}).\end{aligned}$$

Chọn đáp án C.

Câu 35. Gọi x là độ dài cạnh đáy, chiều cao bằng $2x$ và độ dài đường chéo

$$d=\sqrt{x^2+x^2+(2x)^2}=2a\sqrt{3}\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}\Rightarrow V=x^2(2x)=2x^3=\boxed{4a^3\sqrt{2}\text{ (B)}}.$$

Câu 36. Ta có $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB^2=a^2$

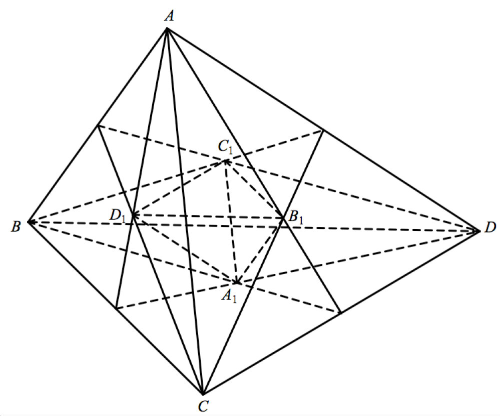
và $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\boxed{\frac{a^3\sqrt{3}}{3}\text{(C)}}$.

Câu 37. Thể tích hình cần tính bằng thể tích khối lập phương ban đầu trừ đi thể tích 6 khối hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh y cm, chiều cao $\frac{x-y}{2}$ cm; rồi trừ đi thể tích khối lập phương có độ dài cạnh bằng y cm.

Vì vậy $V = x^3 - 6\left(\dfrac{x-y}{2}\right)y^2 - y^3 = (x-y)^2(x+2y).$

Áp dụng với $x = 80$ cm, $y = 20$ cm, ta có $V = \boxed{432000 \text{ cm}^3 \text{ (B)}}.$

Câu 38. Lấy các điểm B', C' lần lượt trên tia AB, AC sao cho $AB' = AC' = AD = 10cm$, khi đó $V_{ABCD} = \dfrac{AB}{AB'}.\dfrac{AC}{AC'}V_{AB'C'D} = \dfrac{18}{25}V_{AB'C'D'}.$



trong đó $AB'C'D$ là tứ diện đều cạnh $a = 10$ cm, do đó thể tích của nó là $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} = \dfrac{10^3\sqrt{2}}{12} = \dfrac{250\sqrt{2}}{3}$ cm^3.

Vì vậy $V_{ABCD} = 60\sqrt{2}$ cm^3 và $V_{A_1B_1C_1D_1} = \dfrac{1}{27}V_{ABCD} = \boxed{\dfrac{20}{9}\sqrt{2} \text{ cm}^3 \text{ (C)}}.$

Câu 39. Xét khối trụ tròn xoay, ta có

$$l = h = OO', r = OA.$$

Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16, do đó

$$h = 2r = 4 \Rightarrow \begin{cases} r = 2 \text{ (cm)} \\ h = 4 \text{ (cm)} \end{cases}.$$

Suy ra đường sinh của khối trụ $l = 4$ (cm).

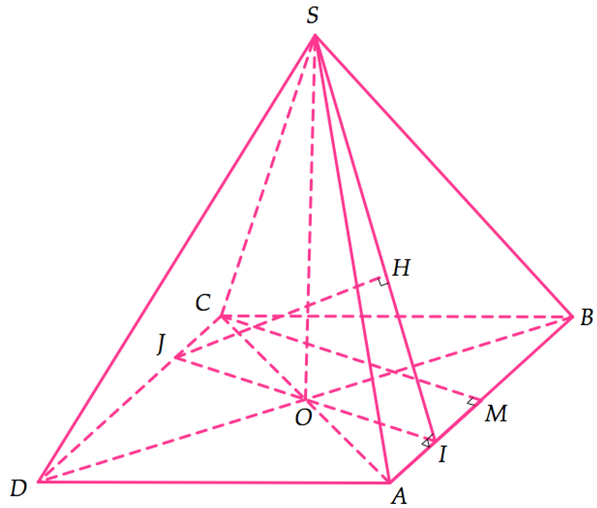
Diện tích hai đáy của khối trụ $S = 2\pi r^2 = 8\pi$ (cm^2).

Diện tích toàn phần của khối trụ $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 24\pi$ (cm^2).

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = 16\pi$ (cm^3).

Đối chiếu các đáp án chọn B.

Câu 40. Theo giả thiết các tam giác ABC, ADC đều cạnh a.



Gọi $O = AC \cap BD$, các điểm M, I lần lượt là trung điểm AB, AM ta có I, O, J thẳng hàng và $\widehat{SIO} = \left((SAB),(ABCD)\right) = 30^0 \Rightarrow SO = \dfrac{OI}{\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{a}{4}$.

và cũng có H thuộc SI. Ta có $IJ = 2OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $JH = IJ.\sin 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

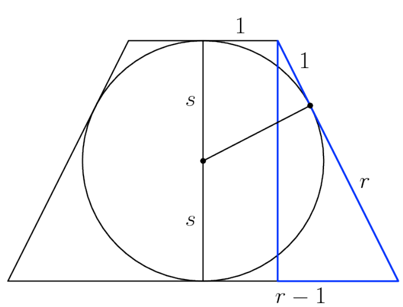
Định lí hàm số côsin, ta có:

$JB^2 = JC^2 + CB^2 - 2JC.CB\cos 120^0 = \dfrac{3a^2}{2} \Rightarrow JB = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}, HB^2 = JB^2 - JH^2 = \dfrac{21a^2}{16} \Rightarrow HB = \dfrac{a\sqrt{21}}{4}$.

Do đó $S_{BHJ} = \dfrac{1}{2}HJ.HB = \dfrac{3a^2\sqrt{7}}{32}$, $S_{ABJ} = \dfrac{1}{2}IJ.AB = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Hạ $HK \perp IJ \Rightarrow HK \perp (ABCD)$ và $HK = HJ\sin 60^0 = \dfrac{3a}{8}$.

Vì vậy $V_{H.ABJ} = \dfrac{1}{3}S_{ABJ}.HK = \dfrac{1}{3}S_{BHJ}.d\left(A;(BHJ)\right) \Rightarrow d\left(A;(BHJ)\right) = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 41. Gọi s là bán kính hình cầu, r là bán kính đáy lớn và giả sử 1 là bán kính đáy nhỏ của hình nón cụt. Xét mặt phẳng chứa trục hình nón cụt và vuông góc với hai đáy của hình nón cut, ta có thiết diện như hình vẽ bên



Theo pitago ta có $(r+1)^2 = (2s)^2 + (r-1)^2 \Leftrightarrow s = \sqrt{r}$.

Thể tích khối cầu $V_1 = \frac{4}{3}\pi s^3 = \frac{4}{3}\pi r\sqrt{r}.$

Thể tích khối nón cụt $V_2 = \frac{\pi.2s}{3}(r^2 + r + 1) = \frac{2\pi\sqrt{r}(r^2+r+1)}{3}.$

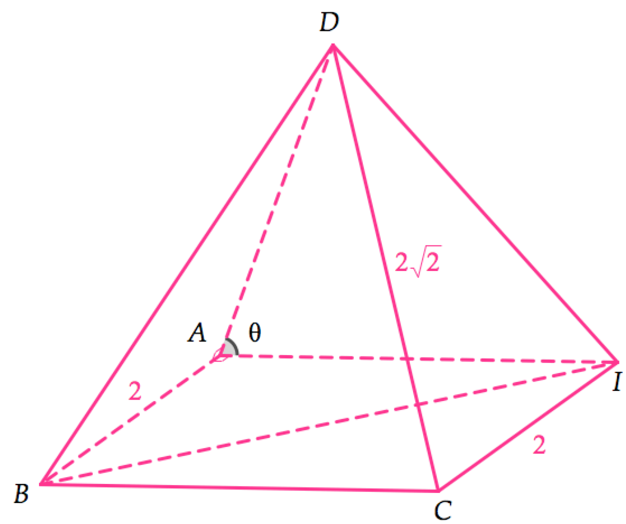
Theo giả thiết bài toán, ta có

$$V_2 = 2V_1 \Leftrightarrow \frac{2\pi\sqrt{r}(r^2+r+1)}{3} = \frac{8\pi r\sqrt{r}}{3} \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{3+\sqrt{5}}{2}\ \text{(D)}}.$$

Chú ý: $r > 1.$

Vậy tỉ lệ cần tìm là $\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$

Câu 42. Lấy điểm I sao cho $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow ABCI$ là hình chữ nhật và $\widehat{(AD,BC)} = \widehat{(AD,AI)} = 45^0.$
Chú ý vì ABCI là hình chữ nhật nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD chính là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABDI.



Theo giả thiết $\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp AI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ADI).$

Tam giác vuông CDI có $CD = 2\sqrt{2}, CI = AB = 2 \Rightarrow DI = 2.$

Tam giác ADI có $R_0 = \frac{DI}{2\sin\widehat{DAI}} = \frac{2}{2.\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}.$

Vì vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện BADI là

$$R = \sqrt{R_0^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{3}.$$

Vì vậy $S_{(C)} = 4\pi R^2 = \boxed{12\pi \text{ (D)}}$.

***Chú ý:** Lý do lấy thêm điểm I dựa vào kiến thức góc giữa hai đường thẳng.

Câu 43. Ta có $\overrightarrow{u_d} = (1;2;3), \overrightarrow{n_P} = (2;4;6)$ cùng phương do đó đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).

Chọn đáp án C.

Câu 44. Gọi $H(t;1;-1-2t) \in d$ là trung điểm của đoạn thẳng AA', ta có

$\overrightarrow{AH} = (t;-1;-5-2t)$ và $\overrightarrow{u_d} = (1;0;-2)$, ta có phương trình

$$t - 2(-5-2t) = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2;1;3).$$

Suy ra $A'(-4;0;2)$.

Chọn đáp án A.

Câu 46. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-7;-5), \overrightarrow{n_P} = (1;-2;2) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = k.\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}\right] = k(-24;-11;1)$;

Do đó $\overrightarrow{n_3} = (-24;-11;1)$ là một véctơ pháp tuyến của (Q).

Chọn đáp án C.

Câu 47. Vì (Q) // (P) nên $(Q): 2x - y + 3z + m = 0$ khi đó $A\left(-\dfrac{m}{2};0;0\right)$ và A thuộc tia Ox nên $-\dfrac{m}{2} > 0$ hay $m < 0$, theo giả thiết: $OA = -\dfrac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$.

Vì vậy $(Q): 2x - y + 3z - 2 = 0$.

Chọn đáp án B.

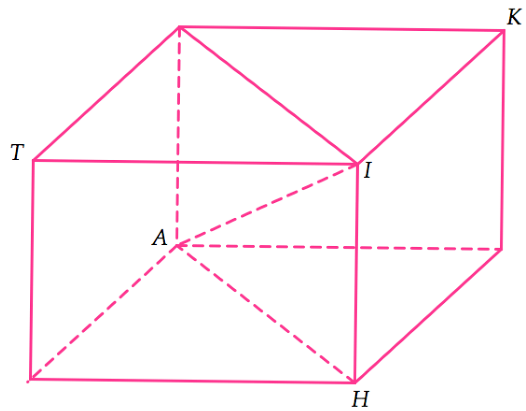
Câu 49. Ta có $(P): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ với $OA = OB = OC > 0 \Leftrightarrow |a| = |b| = |c| > 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = -c \\ b = c = -a \\ c = a = -b \\ a = b = c \end{array}\right.$.

Có tất cả bốn trường hợp do đó có cả thảy 4 mặt phẳng (P) thoả mãn.

Chọn đáp án A.

Câu 50. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ bán kính $R = \sqrt{\dfrac{2017}{3}}$ và $IA = 1$.

Gọi H, K, T lần lượt là hình chiếu của I lên ba mặt phẳng và R_1, R_2, R_3 là bán kính của ba đường tròn giao tuyến tâm H, K, T.



Tổng diện tích cần tính là

$$S=\pi R_1^2+\pi R_2^2+\pi R_3^2=\pi\left[(R^2-IH^2)+(R^2-IK^2)+(R^2-IT^2)\right]$$
$$=3\pi R^2-\pi(IH^2+IK^2+IT^2)=3\pi R^2-\pi IA^2=\boxed{2016\pi\ (\mathrm{B})}.$$